José Denis Gomes da Cruz

IFRN – Campus: Santa Cruz

denis_gomes.2006@hotmail.com

Tiago Felipe Oliveira e Silva

IFRN – Campus: Santa Cruz

tiago17felipe@gmail.com

Orientador (a): Suzany Cecília da Silva Medeiros

RESGATE HISTÓRICO DAS EQUAÇÕES QUADRÁTICAS

Resgate Histórico das Equações Quadráticas

Introdução

A pesquisa nos estudos da História da Matemática, pela composição de informações da importância histórica, é um tema cada vez mais presente nesta área. O tema equação quadrática foi adotado como relevante para um estudo de natureza histórica sobre qual demanda maior aprofundamento no aspecto histórico. O recorte realizado nesse estudo buscou proporcionar um passeio histórico em busca da evolução das Equações Quadráticas, que abarcam diferentes períodos do desenvolvimento da matemática, ocorrido em diversas civilizações até os dias atuais.

Tendo em vista a importância desse tema para a matemática, buscamos realizar uma intervenção, em forma de palestra, através do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) na Escola Estadual João Ferreira de Souza, que está vinculada a este programa e se localiza na cidade de Santa Cruz/RN.

Desse modo, ao adentrar na especificidade deste estudo, algumas notas históricas sobre a equação do segundo grau se fizeram necessárias. Os primeiros indícios históricos sobre o surgimento de equações de 2º grau são encontrados em antigos documentos que revelam as necessidades e preocupações de povos, como do Egito, Babilônia, Árabes, Grécia, Índia, China e Europa Medieval que estabeleceram conceitos matemáticos para atualidade.

Por volta de 809-833 d.C., estabeleceu-se em Bagdá a Casa da Sabedoria que era referida como uma biblioteca e centro de traduções estabelecido à época do Califado Abássida, em Bagdá, no Iraque. Entre os mestres que frequentaram a Casa da Sabedoria, houve um matemático e astrônomo chamado Al-khowarizmi.

Al-khowarizmi escreveu dois livros sobre aritmética e álgebra, que tiveram papel muito importante na história da matemática. Em Sobre a Arte hindu de Calcular, fez uma exposição bastante completa dos numerais hindus. Essa obra, ao que tudo indica, baseou-se em uma tradução árabe do trabalho de 628 de Brahmagupta, que viveu na Índia Central, o que, possivelmente, gerou a impressão bastante difundida, porém errônea, de origem árabe.

Equações algébricas na Civilização Egípcia.

A civilização Egípcia foi constituída nas margens do rio Nilo, como a região é formada pelo Deserto do Saara, esta civilização proveu das margens férteis do rio onde se revelaram propícias à agricultura e, ainda, suas águas caudalosas facilitavam a abertura de canais de irrigação e construção de diques.

O estudo do Egito antigo está determinado entre 4.000 a.C. e 30 a.C.. A História relata vários períodos importantes constituídos na civilização Egípcia sendo retratado sem muitas diferenças nos aspectos sociais, político e econômico, bem como o matemático e científico. Após a invasão dos romanos no século I a.C., ocorre uma ruptura em sua cultura milenar e nesse período a ciência teve uma ascensão dentre elas a medicina e a astronomia. Os sacerdotes Egípcios faziam cálculos astronômicos para determinar, por exemplo, quando iriam ocorrer as cheias do Nilo, e baseados nestes cálculos eles construíram um calendário com 12 meses de 30 dias.

As fontes Históricas mostram que a matemática Egípcia era prática e baseada em métodos empíricos de tentativa e erro. Por exemplo, quando o rio Nilo estava cheio, apresentava problemas que para serem resolvidos foram necessários desenvolver métodos da matemática que possibilitaram a construção de estruturas hidráulicas, reservatórios de água, canais de irrigação e a drenagem de pântanos e regiões alagadas. Desenvolveu-se também uma geometria elementar e trigonometria básica (esticadores de corda, nome dado aos encarregados de fazer a medição de algo utilizando cordas) para facilitar a demarcação de terras, um princípio de cálculo de áreas, raízes quadradas e frações. Tendo como exemplo há cerca de 2300 anos a escrita do historiador grego Heródoto que diz:

> "Sesóstris... repartiu o solo do Egito entre seus habitantes... Se o rio levava qualquer parte do lote de um homem... o rei mandava pessoas para examinar, e determinar por medida a extensão exata da perda... Portanto com isso há a dedução que a geometria veio a ser conhecida no Egito, de onde passou para a Grécia." (CASTELO, 2013, p.16).

Houve descobertas importantes de papiros em escavações feitas no Egito durante o século XVIII a.C.. Destacando neste trabalho os papiros Kahun, de Berlim, de Moscou e o Papiro Rhind. Estes papiros trazem uma série de problemas e coleções matemáticas em linguagem hieróglifa. No papiro de Moscou são encontrados exercícios envolvendo equações, onde alguns historiadores acreditam que os egípcios dominavam a resolução destas equações. O papiro de Rhind é o mais precioso documento relativo aos conhecimentos matemáticos dos egípcios.

> O papiro de Rhind é uma fonte primária rica sobre a matemática Egípcia antiga; descreve os métodos de multiplicação e divisão dos Egípcios, o uso que faziam das frações unitárias, seu emprego da regra de falsa posição, sua solução para o problema da determinação da área de um círculo e muitas aplicações da matemática a problemas práticos. (EVES, 2011, p.70)

O povo egípcio não fazia distinção entre os problemas meramente aritméticos e os que se podia resolver por equações lineares da forma ax + b = c. Para todos bastava seguir os processos aritméticos conhecidos. Os Egípcios também desenvolveram uma técnica para resolver equações polinomiais de 1º grau, chamada pelos europeus de método de falsa posição, registrado nos papiros de Moscou e de Rhind, entre outros papiros embora não sendo encontrados registros oficiais da resolução de equações do 2º grau.

Os Egípcios utilizavam do método da falsa posição conhecido como "dupla falsa". Este método consiste em pressupor um valor para o *aha* (chamava-se *aha* à quantidade desconhecida e que se pretendia descobrir, *aha* é a nossa incógnita) e efetuar as operações da equação. Os problemas de equações lineares são frequentes na matemática egípcia e aparecem em vários papiros. Por exemplo, no papiro de Berlim existem problemas que representam sistemas de duas equações a duas incógnitas, sendo uma das equações do segundo grau.

Método egípcio para se resolver equações quadráticas

A técnica que os Europeus chamam de **método da falsa posição**, usada pelos egípcios para se resolver equações quadráticas, ensina que a partir da escolha de números a sorte é possível se determinar os números verdadeiros procurados. No papiro de Berlim encontra-se um problema resolvido a partir do uso dessa técnica.

A seguir apresentamos o enunciado desse problema.

> "a área de um quadrado é 100 e tal quadrado é igual a soma de dois quadrados menores, em que o lado de um é igual a $\frac{3}{4}$ do lado do outro". (CARVALHO, 2008, p. 9).

Para Carvalho (2008), usando-se a simbologia atual, a solução pelo método da falsa posição seria feita do seguinte modo:

Considerando que x e y são os lados de dois quadrados que satisfazem as equações

$x^2 + y^2 = 100$ (1)

$4x = 3y$ (2)

Fazendo $x = 3$ e $y = 4$ na equação (1), obtemos como resultado $x^2 + y^2 ==$ $3^2 + 4^2 = 25$, entretanto para que essa soma seja igual a 100 temos que multiplicar os membros dessa igualdade por 4, ou seja, $x = 4.3^2$; $y = 4.4^2$, o que resultaria em: $x^2 + y^2 = 36 + 64 = 100$ e $4x = 4.6 = 24$; $3y = 3.8 = 24$.

As equações quadráticas na Civilização Babilônica

A Mesopotâmia, que em Grego significa "terra entre rios", situava-se no Oriente Médio, no chamado crescente fértil, entre os rios Tigre e Eufrates, onde hoje está situado o Iraque e a Síria.

Na Mesopotâmia viveram vários povos, dentre eles os Sumérios, Acádios, Amoritas, Babilônios. Nesta civilização eram os sacerdotes que se destacavam por deter o saber e desse modo auxiliavam no desenvolver do conhecimento matemático. Os babilônios tinham a matemática e outras ciências voltadas para a prática a fim de facilitar o cálculo no calendário entre outras necessidades da época.

> Os Babilônicos apresentavam habilidades e facilidades na efetuação dos cálculos. Eles tinham técnicas para equações quadráticas e bi-quadráticas, além de possuírem fórmulas para áreas de figuras retilíneas simples e fórmulas para o cálculo do volume de sólidos simples. Sua geometria tinha suporte algébrico. Também conheciam as relações entre os lados de um triângulo retângulo e trigonometria básica, conforme descrito na tábua "Plimpton 322". (CASTELO, 2013, p.20).

Os povos da babilônia, aproximadamente 1700 a.C., apresentavam a equação em uma tábua de argila e sua resolução era dada na forma de palavras, como uma "receita matemática".

De acordo com Boyer (1974), os babilônios foram os primeiros a resolver equações quadráticas, por volta de 4000 anos a.C.. Os babilônios tinham um método todo especial, sem símbolos e fórmulas, para achar dois números cuja soma e o produto são dados. Eles usavam a forma dissertativa para descrever o algoritmo, que envolvia apenas manipulações de dados. Allaire e Bradley (2001, p. 311).

Eves (2002) afirma que, em textos babilônicos, escritos há cerca de 4000 anos, encontram-se descrições de procedimentos para resolução de problemas envolvendo equações do segundo grau.

Método babilônico para se resolver equações quadráticas

Os babilônios lidavam comumente com problemas de natureza geométrica que levavam a equações quadráticas, esses problemas encontravam-se relacionados com áreas e dimensões de quadrados e retângulos. Em tabletes cuneiformes encontrados em escavações arqueológicas foram encontrados métodos para se resolver esses tipos de problemas. Como exemplo, podemos citar um problema babilônico que pede o lado de um quadrado se a área menos o lado dá 14,30.

A resolução desse problema atualmente consiste em se encontrar as raízes da equação $x^2 - x = 870$, mas que os babilônicos resolviam por meio de uma "receita matemática". A seguir apresentamos a solução do problema por meio dessa "receita".

> "Tome a metade de 1, que é 0;30, e multiplique 0;30 por 0;30, o que dá é 0;15; some isto a 14,30 o que dá 14,30;15. Isto é o quadrado de 29;30. Agora some 0;30 a 29;30 e o resultado é 30, o lado do quadrado." (BOYER, 2012, p. 44).

De acordo com Rufino (2013), a resolução desse problema babilônico equivale exatamente a resolver a equação polinomial do segundo grau do tipo padrão:

$$x^2 - sx = p$$

Ou

$$x^2 = sx + p,$$

Que consiste em determinar dois números x_1 e x_2, conhecendo sua soma s e seu produto $-p$. Tal enunciado corresponde ao sistema equivalente:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = s \\ x_1 x_2 = -p \end{cases}$$

Escrevendo x_1 e x_2 na forma:

$$x_1 = \frac{s}{2} + d$$

$$x_2 = \frac{s}{2} - d$$

Fazendo-se a substituição em $x_1 x_2 = -p$, obtemos:

$$x_1 x_2 = \left(\frac{s}{2} + d\right).\left(\frac{s}{2} - d\right) = \frac{s^2}{4} - d^2 = -p$$

Onde

$d^2 = \frac{s^2}{4} + p = \frac{s^2+4p}{4}$. Deduzimos que $d = \sqrt{\frac{s^2+4p}{4}}$ (observe que $d \geq 0$). Logo, temos que x_1 e x_2 são dados por:

$$x_1 = \frac{s}{2} + \sqrt{\frac{s^2 + 4p}{4}} = \frac{s}{2} + \sqrt{\frac{s^2 + 4p}{2}} = \frac{s + \sqrt{s^2 + 4p}}{2}$$

Ou

$$x_2 = \frac{s}{2} - \sqrt{\frac{s^2 + 4p}{4}} = \frac{s}{2} - \sqrt{\frac{s^2 + 4p}{2}} = \frac{s - \sqrt{s^2 + 4p}}{2}$$

No entanto, os babilônios não faziam uso de fórmulas para se determinar a solução de problemas que envolviam equações quadráticas. Atualmente a forma como esse povo resolvia esse tipo de equação ficou conhecida como completamente de quadrados.

Equações quadráticas na Civilização Grega

A Grécia está localizada no Sul da Europa e seu surgimento ocorreu entre os mares Egeu, Jônico e Mediterrâneo, por volta de 2000 a.C. Esta Civilização formou-se após a migração de tribos nômades de origem indo-europeia.

De acordo com Eves (2002), em textos babilônicos, escritos há cerca de 4000 anos, encontram-se descrições de procedimentos para resolução de problemas envolvendo equações do segundo grau como, por exemplo, Aqueus, Jônios, Eólios e Dórios. O embasamento matemático exercido pela civilização Grega surgiu de uma indagação simples. Enquanto Egípcios e Babilônicos perguntavam: “como”? Os filósofos gregos passaram a questionar: “por quê”? Desse modo até então a matemática exercida pelos Gregos era prática, passou a ter seu desenvolvimento voltado para conceituação, teoremas e axiomas.

Alguns séculos mais tarde, os gregos desenvolveram um tratamento geométrico para problemas matemáticos, dentre os quais, a solução de equações quadráticas. Pode-se dizer que o berço da Matemática demonstrativa ocorreu na Grécia. Para os gregos, assim como os babilônios, a álgebra simbólica estava muito longe de ser inventada, por isso, esses matemáticos usavam construções geométricas para estudar determinadas equações. A matemática grega é diferente da Matemática babilônica, embora os gregos reconhecessem que deviam muito à Matemática egípcia e babilônica.

Os estudos realizados pelos primeiros matemáticos gregos foram de grande importância para o desenvolvimento da história da resolução da equação de 2º grau. E os Matemáticos como Tales de Mileto, Pitágoras e Euclides, e sua magnífica obra Os Elementos composta de 13 livros, onde haviam demonstrações de equações resolvidas através de construções geométricas.

Método grego para se resolver equações quadráticas

O método utilizado pelos gregos para se determinar a solução de problemas que recaiam em equações quadráticas tinha como base a geometria, área da matemática onde esse povo obteve destaque. Em “Os elementos” de Euclides podemos encontrar soluções geométricas para equações que apresentam as seguintes formas:

$$x^2 - sx + p^2 = 0$$

$$x^2 - sx - p^2 = 0$$

Para Rufino (2013), a solução geométrica para o caso particular $x^2 - sx + p^2 = 0$, pode ser determinada através dos seguintes passos:

1° Passo: traçamos o segmento $AB = s$,

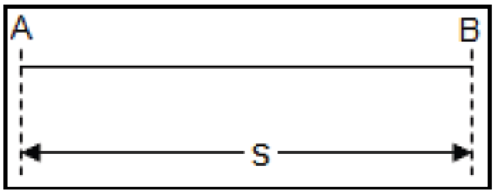

Figura 1: Segmento $AB = s$; Fonte: Rufino (2013, p. 10).

2° Passo: por P ponto médio de AB, levantamos o segmento perpendicular PE de medida p (raiz quadrada de p^2),

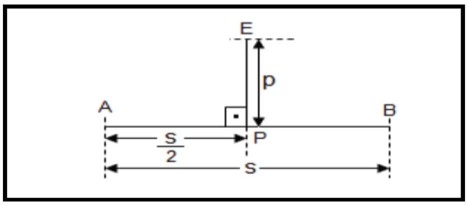

Figura 2: Ponto médio e segmento perpendicular; Fonte: Rufino (2013, p. 10).

3° Passo: e, com centro em E e raio AP, traçamos um arco de circunferência que intercepta AB no ponto Q.

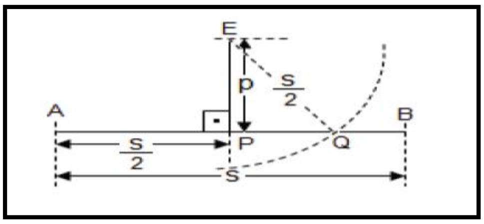

Figura 3: Centro E e raio AP; Fonte: Rufino (2013, p. 10)

4° Passo: daí, a raiz desejada será dada pelo valor do segmento AQ.

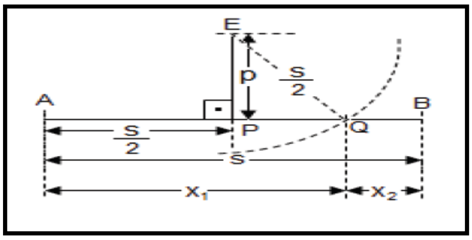

Figura 4: Raiz dada pelo segmento AQ; Fonte: Rufino (2013, p. 10).

“Logo, a raiz positiva encontrada pelos gregos por meio desse processo geométrico seria $x_1 = AQ$ e hoje, sabemos que, o segmento QB fornece o valor da outra raiz, ou seja, $x_2 = QB$” (RUFINO, 2013, p.11).

Ainda de acordo com Rufino (2013), a solução geométrica apresentada pelos pitagóricos para a equação $x^2 - sx - p^2 = 0$ obedecia aos seguintes procedimentos mostrados a seguir:

1° Passo: traçamos o segmento $AB = s$,

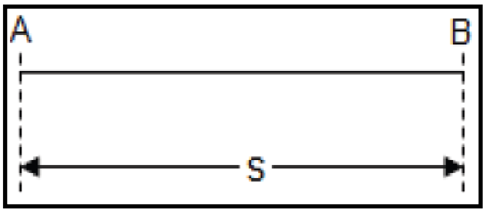

Figura 5: Segmento $AB = s$; Fonte: Rufino (2013, p. 11).

2° Passo: Seja P o ponto Médio de AP,

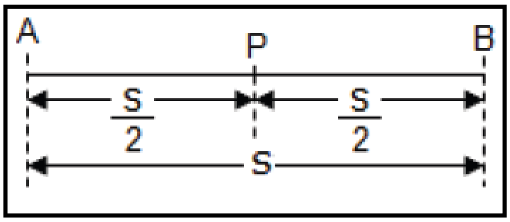

Figura 6: ponto médio de AP; Fonte: Rufino (2013, p. 11).

3° Passo: por B, levantamos o segmento perpendicular BE de medida p (raiz quadrada de p^2),

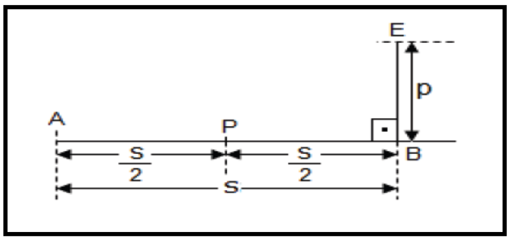

Figura 7: segmento BE; Fonte: Rufino (2013, p. 12).

4° Passo: prologamos AB e, com centro em P e raio PE, traçamos um arco de circunferência que intercepta o prolongamento AB no ponto Q.

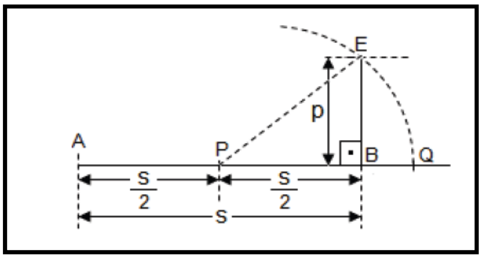

Figura 8: centro P, raio PE e arco de circunferência; Fonte: Rufino (2013, p. 12).

5° passo: Daí, a raiz desejada será dada pelo valor do segmento AQ.

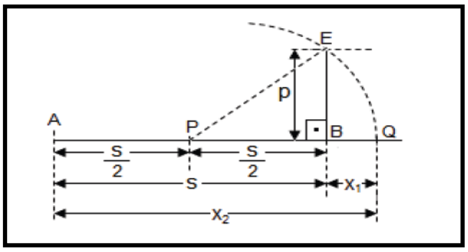

Figura 9: raiz desejada dada pelo valor de AQ; Fonte: Rufino (2013, p. 12).

Portanto, as raízes achadas pelos gregos através desse método seriam $x_{1=}\ BQ$ e $x_2 = AQ$.

Equações quadráticas na Civilização Árabe.

Até meados do século VII os árabes eram divididos entre várias tribos localizados na península arábica, ficando próximo ao mar vermelho, golfo Pérsico. A conquista Árabe, em 641 teve origem Bagdá, em substituição à Babilônia, que havia desaparecido.

Segundo relatos a matemática Árabe começa com a tradução dos Siddanthas Hindus por Al-Fazari, seguido de Muhammad Ibn-Musã Al-Khwãrizmi (780-850 d.C.) sendo o primeiro matemático muçulmano a escrever um livro sobre Álgebra. Levando o nome O Cálculo de al-Jabr e al-Muqabala, nessa obra o matemático resolve a equação do segundo grau dando explicações detalhadas sobre a resolução utilizando o método de completar quadrados. A álgebra nesse livro era aplicada em palavras e não em símbolos.

Os matemáticos Islâmicos desse tempo não aceitavam números negativos como raízes ou coeficientes da equação, assim Al-khwãrizmi utilizou seis casos de equações citados por Nobre (2003, p.17).

1. Quadrados iguais a raízes $ax^2 = bx$
2. Quadrados iguais a números $ax^2 = c$
3. Raízes iguais aos números $bx = c$
4. Quadrados mais raízes iguais a números $ax^2 + bx = c$
5. Quadrado mais números iguais a raízes $ax^2 + c = bx$
6. Raízes mais números iguais a quadrado $bx + c = ax^2$

Os Árabes e o Método de Completar Quadrados

De acordo com Rufino (2013), podemos destacar o matemático e astrônomo Mohammed Ibn Mûsa Al-Khowârizmî, que apresentou em seu livro Al-jabr wa'l muqabalah um brilhante método para justificar geometricamente, denominado atualmente método de completar quadrados, Mohammed apresentou seis tipos de equações polinomiais em que apenas eram considerados coeficientes e soluções positivas (os números negativos não existiam ainda). Dividiu ainda esses seis tipos de equações polinomiais em simples e combinada, veja quadro 1 e 2 a seguir.

Quadro1: Conjunto de Equações Simples.

Equações Polinomiais Simples		
1º Tipo	Quadrados iguais a raízes;	$ax^2 = bx$
2º Tipo	Quadrados iguais a números;	$ax^2 = c$
3º Tipo	Raízes iguais a números.	$ax = b$

Quadro 2: Conjunto de Equações Combinadas.

Equações Polinomiais Combinadas		
4º Tipo	Raízes e quadrados iguais a números;	$x^2 + sx = p$

5º Tipo	Quadrados e números iguais a raízes;	$x^2 + p = sx$
6º Tipo	Raízes e números iguais a quadrados.	$sx + p = x^2$

De acordo com Carvalho (2008), a equação do segundo grau da forma $a^2 + bx + c = 0$ não fazia sentido para Mohammed, pois nesse tempo ainda não se tinha a utilização de números negativos, e o zero não era considerado solução. Para os três primeiros casos as soluções eram diretas. Já para os três últimos casos, foram utilizados exemplos para as suas resoluções. Vamos mostrar a seguir o 4º tipo das equações polinomiais combinadas citadas no quadro acima.

Equações polinomiais combinadas do tipo $x^2 + sx = p$

De acordo com Pitombeira (2004), no problema a seguir, nas palavras de Mohammed, é apresentada a raiz positiva da equação $x^2 + 10x = 39$.

De acordo com Rufino (2013), Mohammed não utilizava símbolos em seu trabalho, ou seja, em suas equações polinomiais. E sua álgebra proveio da álgebra dos hindus e gregos.

Para Rufino (2013), na resolução a seguir, é feito a resolução de três formas, a primeira coluna do Quadro 3 mostra a solução de Al-khowârizmî, a segunda é utilizado valores numéricos mas o mesmo procedimento e a terceira fornece uma primeira generalização para $x^2 + sx = p$.

Quadro 3: Resoluções: retórica, aritmética e álgebra.

Linguagem retórica	$x^2 + 10x = 39.$	$x^2 + sx = p$
Reparta o número de raízes ao meio, o que no presente exemplo é cinco.	$\frac{1}{2}.(10) = 5$	$\frac{s}{2}$
Este você multiplique por ele mesmo; o produto é vinte e cinco.	$5.5 = 25$	$\left(\frac{s}{2}\right)^2$

Some isto a trinta e nove; a soma é sessenta e quatro.	$25+39=64$	$\left(\frac{s}{2}\right)^2+p$
Agora tome a raiz sessenta e quatro, que é oito.	$\sqrt{64}=8$	$\sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2+p}$
E subtraia metade do número de raízes, que é cinco; o resto é três.	$8-\frac{10}{2}=3$	$\sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2+p}-\frac{s}{2}=x$
Essa é a raiz do quadrado que você procura; o quadrado mesmo é nove.	-----	$x=\frac{-s+\sqrt{s^2+4p}}{2}$

Equações quadráticas Civilização Hindu.

A civilização hindu é uma das sociedades mais antigas, sua principal economia é ligada ao comercio estando localizada no oriente médio e em parte da Ásia, que atualmente fica a Índia. Até meados do III milênio a.C., as evidências indicam que possivelmente durante o neolítico, os habitantes do subcontinente foram assimilados pelas tribos invasoras Drávidas, que se acreditam terem vindo do Oeste.

Foram os Arianos entre 1500 a.C. e 500 a.C. que desenvolveram o hinduísmo combinação de religião, filosofia e estrutura social, a qual veio a desenvolver a base de sua civilização. Devido à falta de registros históricos autênticos pouco se sabe sobra a matemática hindu. Não se sabe para onde foram e qual fim que esse povo teve, pois, aparentemente foi totalmente dizimado, cerca de 4000 a.C. Os hindus escreviam os problemas em forma poética porque os textos escolares eram escritos em versos. Grande parte do conhecimento da aritmética hindu provém do texto LILÃVATI de Bhãskara. Sobre a equação quadrática aceitava os números negativos e irracionais, sabiam quem uma equação quadrática tinha duas raízes formais resolvendo essas equações pelo método de complemento de quadrados, também conhecido como método hindu. Bhãskara deu as duas seguintes identidades notáveis para encontrar a raiz quadrada de números irracionais também encontrada no livro Elementos de Euclides, mas numa linguagem difícil de entender:

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{(a + \sqrt{(a^2 + b)}}{2}} = \sqrt{\frac{(a - \sqrt{(a^2 - b)}}{2}}$$

Os hindus tinham conhecimento da raiz quadrada e cúbica, por exemplo, os algarismos e problemas aritméticos resolvidos pelos métodos da falsa posição ou método de invenção. Ao estudar os livros de matemática da Índia, o matemático Al-Khowarizmi escreveu um livro chamado "Sobre a Arte Hindu de Calcular" explicando como funcionava os dez símbolos hindus.

Método Hindu

Pitombeira (2004), fala que o matemático hindu Báskara II em um de seus trabalhos mostra como resolver a equação $ax^2 + bx = c$, Báskara multiplica ambos os membros da equação por a:

$$(ax)^2 + (ab)x = ac$$

Depois de multiplicar por "a", completa-se os quadrados explicitamente:

$$(ax)^2 + (ab)x + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = ac + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

Para Pitombeira (2004), é interessante observarmos que, havia consciência que números negativos não são quadrados, e de que a quantidade de raízes de uma equação do 2º grau pode ser 0, 1 ou 2.

De acordo com Pitombeira (2004), Báskara II afirma que o quadrado de uma grandeza seja ela positiva ou negativa é positivo: e a raiz quadrada de uma grandeza positiva é dupla, positiva e negativa. Uma grandeza negativa não tem raiz quadrada, logo não é uma grandeza.

Para exemplificar uma equação com duas raízes positivas, Pitombeira (2004, p. 21) fala que Báskara II propõe o problema a seguir:

> "A oitava parte de um bando de macacos, elevada ao quadrado, brinca em um bosque. Além disso, 12 macacos podem ser vistos sobre uma colina. Qual o total de macacos?"

Tal problema pode ser representado de forma algébrica, como:

$$\frac{x^2}{64} + 12 = x,$$

Que tem como soluções $x = 48$ e $x = 16$.

Equações quadráticas na Civilização Chinesa

A civilização Chinesa originou-se às margens dos rios Yang-Tsé e Amarelo. As provas arqueológicas são escassas, embora tivessem sido encontrados, perto de Pequim, restos do Homo erectus, que datam de 460mil anos, e que receberam o nome de Sinanthropus pekinensis, (3950-1700 a.C.). Podemos dividir a história Chinesa em quatro grandes períodos: China Antiga (2000 a.C. – 600 a.C.) China Clássica (600 a.C. – 221 d.C.) China Imperial (221 d.C. – 1911 d.C) China Moderna (1911 d.C. – hoje) Apesar da china antiga ter sido governada por monarquias Hsia, Shang e Chou, o poder real estava nas mãos de numerosos pequenos senhores, governantes de pequenas cidades.

Apesar das dificuldades encontradas pelos Historiadores em datar os documentos matemáticos da China, existem clássicos da matemática Chinesa reconhecidos como mais antigos como "Chou Pei Suang Ching" com quase mil anos entre suas datas mais prováveis de escrita. Essa dificuldade em datar este documento ocorre porque foi escrito por várias pessoas, em períodos diferentes. O Chou Pei nos revela que na China a geometria originou-se da mensuração, sendo um exercício de aritmética ou álgebra e traz indicações que os chineses conheciam o teorema de Pitágoras.

O sistema de numeração chinês era decimal, porém com notações diferentes das conhecidas na época. Eles utilizavam o sistema de "barras" (I, II, III, IIII, T). Esta notação em barras não era simplesmente utilizada em placas de calcular (escrita). Barras de bambu, marfim ou de ferro eram carregadas em sacolas pelos administradores para que os cálculos fossem efetuados. Este método era mais simples e rápido do que o cálculo realizado com ábaco, Soroban ou Suan Phan. No ano de 1303, Chu Shih-chieh, mostrou na sua obra -Precioso Espelho de Quatro Elementos- técnica para resolver equações, chamada de método Fan-Fan (Fazer até aparecer).

Método Chinês de resolver Equações.

O método Fan-Fan era anunciado dessa forma: Pense na solução do problema de quadrado (Equação do Segundo Grau) e acrescente o número 2. A solução aproximada do segundo problema que se formou é obtida dividindo o número resultante pela soma dos coeficientes do quadrado e do comprimento. Some este valor com a solução pensada do primeiro problema e faça o cálculo novamente até aparecer (Fan-Fan) um número que não se modifique.

Europa

Desde o início do narrar da História da Equação Quadrática, vemos que a Europa se destaca nas descobertas matemáticas feitas por importantes matemáticos, que no decorrer de toda existência humana fizeram a diferença, pois essas descobertas que hoje temos como imprescindível para a nossa evolução nos conduz e ao mesmo tempo instiga a explorar toda a história que abrange a matemática bem como os renomados matemáticos que fizeram presentes nesses momentos históricos do avanço matemático.

Considerações Finais

O objetivo desse estudo é proporcionar aos alunos da Escola Estadual João Ferreira de Souza, vinculada ao PIBID um passeio histórico em busca da evolução das Equações Quadráticas através de uma palestra, que abarca diferentes períodos do desenvolvimento da matemática, ocorrido em diversas civilizações. Sendo assim, pretendemos que o conteúdo abordado em questão, bem como todos os demais, seja explorado em um contexto histórico amplo.

Seguindo o trajeto Histórico por volta de 2000 a.C., somos levados à Grécia e vemos como é possível interpretar uma equação quadrática através de elementos geométricos. Em seguida surgem os Árabes para mostrar o método também geométrico utilizado por eles: o completar quadrado. Posteriormente na Índia destaca-se Al-khowarizmi com a escrita de dois livros sobre aritmética e álgebra, que tiveram papel muito importante na história da matemática. Em sobre A Arte Hindu de Calcular, fez uma exposição bastante completa dos numerais hindus. A Índia produziu muitos matemáticos na segunda metade da idade média entre eles o Braskara, sendo considerado o último matemático medieval importante da Índia e este personagem nos mostra como era resolvido um problema envolvendo equações quadráticas em seu tempo.

Enfim, o método usado atualmente, é o da Europa do século XVI pelo matemático francês Francois Viéte, considerado um dos fundadores de notação algébrica moderna. Porém métodos como os mencionados anteriormente puderam ser traduzidos para expressões algébricas fechadas, que facilitam o uso e transmissão. Em outro termo, não revelam as suas origens e possíveis interpretações.

É importante salientar que nossos objetivos é traçar de forma sintetizada o resgate Histórico da Equação Quadrada até os tempos atuais.

REFERÊNCIAS:

BOYER, Carl Benjamin. História da Matemática. 2. ed. Trad. ELZA F. GOMIDE. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

Disc. Scientia. Série: Ciências Naturais e Tecnológicas, S. Maria, v. 6 , n. 1, p.79-95, 2005.

PITOMBEIRA, João Bosco, REVISANDO UMA VELHA CONHECIDA. In. Conferência da II Bienal da SMB, UFBA, (2004)

EVES, Howard, Introdução à História da Matemática, Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

BOYER, Carl B., História da Matemática, São Paulo, SP: Editora Edgard Blücher Ltda, 2001.

RUFINO, Francisco Aldrin Armstrong, Métodos Algébricos E Geométricos Para Determinação Das Raízes Das Equações Polinomiais De Graus Dois, Três E Quatro. Dissertação submetida à Universidade Federal da Paraíba para obtenção do grau de Mestre em Matemática, João Pessoa-PB. UFPB, junho 2013.

CASTELO, João Alfredo Montenegro, Resolução de Equações Quadráticas: Um Resgate Histórico dos Métodos e uma Proposta de Aplicação de Sequencia Fedathi no seu Ensino. Dissertação submetida à Universidade Federal do Ceará para obtenção do grau de Mestre em Matemática, Fortaleza-CE. UFC 2013.

ANDRADE, Bernardino Carneiro de, A Evolução Histórica de Resolução das Equações do 2º Grau. Dissertação submetida à Faculdade de Ciências da Universidade do Porto para obtenção do grau de Mestre em Matemática – Fundamentos e Aplicações, Portugal. Universidade do Porto, (2000). Disponível em:<http://hdl.handle.net/10216/9895>. Acesso em: 25 de fevereiro de 2015.

CELESTINO, Kamila Gonçalves: PACHECO, Edilson Roberto. Bháskara: algumas evidências. Disponível em:< http://www.pucrs.br//edipucrs/erematsul/comunicacoes/26KAMILACELESTINO.pdf> Acesso em 25 de fevereiro de 2015.

Historia da Matemática - Os gênios do oriente – Árabes. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=IcpvklHTF6I Acesso: 25 de fevereiro de 2015.

China Disponível em:< http://www.sohistoria.com.br/ef2/china/p1.php>. Acesso em: 25 de fevereiro de 2015.