PRINCÍPIO DA INDUÇÃO FINITA NO ENSINO MÉDIO: ANÁLISE DE UMA EXPERIÊNCIA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Lilian Fernanda Crisanto da Silva[1]

Stella Rebello de Azevedo[2]

RESUMO: A presente pesquisa compõe o trabalho de conclusão de curso da Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte campus Santa Cruz, essa traz a proposta de inserir o Princípio da Indução Finita no Ensino Médio através dos conteúdos de Progressão Aritmética e Progressão Geométrica. Nesse sentido, seguindo o modelo teórico que foi desenvolvido na França por Guy Brousseau como uma ferramenta para o ensino de matemática, sendo esta conhecida por Teoria das Situações Didáticas, apresentamos nossa compreensão do que é aprender matemática. Apresentaremos uma síntese dos trabalhos desenvolvidos por Santos (2013), Pereira (2013), Nóbrega (2013) e Freitas (2013), que possuem temática semelhante a nossa. Por fim, utilizaremos a engenharia didática como metodologia fundamental de pesquisa em nosso trabalho e a resolução de problemas a fim de valorizar os pensamentos e questionamentos dos alunos através de suas ideias. Assim, pretendemos que o aluno desenvolva as capacidades de criar sequências lógicas, analisar situações e tirar conclusões através do estudo do Princípio da Indução Finita. Nesse recorte iremos apresentar a proposta de inserção do referido conteúdo à luz da fundamentação teórico-metodológica supra-citada.

Palavras-chave: Indução; Sequências; Ensino Médio; Demonstrações.

[1]Licencianda em Matemática – IFRN Campus Santa Cruz, Bolsista do PIBID – e-mail: lilian_fcsiva@hotmail.com

[1]Licencianda em Matemática – IFRN Campus Santa Cruz – e-mail: stella.azevedo@ifrn.edu.br

1. INTRODUÇÃO

A presente pesquisa tem por objeto de estudo o Princípio da Indução Finita (PIF), também conhecido como Princípio da Indução Matemática (PIM), trata-se de uma prévia do trabalho de conclusão de curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN) *campus* Santa Cruz. Trazemos em nosso trabalho a proposta de inserir o Princípio da Indução Finita no Ensino Médio, pensamos em realizar esse trabalho partindo do seu conceito histórico, seguido de suas demonstrações clássicas e da proposta de inseri-lo no currículo de Matemática do Ensino Médio, levando em consideração as contribuições que tal conceito levará aos alunos. Este tema foi escolhido pelo pesquisador partindo do pressuposto que seus resultados são de extrema relevância para a Matemática, visto que, nosso objeto de estudo é uma ferramenta de demonstração muito importante para o campo da Matemática.

Diante de tal importância é que nos propomos a estudar o Princípio da Indução Finita evidenciando suas aplicações nos diversos campos da Matemática e suas potencialidades no ensino básico, sabendo das dificuldades apresentadas por muitos alunos da rede básica de educação, nos questionamos se um dos fatores (quem sabe até o fator primordial) que as leva a tais dificuldades não seria a falta de explicação diante dos porquês que surgem se depararem com novos conteúdos, por exemplo, imaginemos um aluno qualquer diante das assertivas que partem do professor ao garantir alguns resultados, isso, muitas vezes, sem qualquer explicação aprofundada ou demonstração, somente o simples fato do professor enunciar esse resultado, para o aluno que não conhece o caminho percorrido para chegar a tais afirmações as informações serão vazias e que certamente serão esquecidas com facilidade, mas se o aluno souber a origem dessa afirmativa ou existir o instinto de buscar saber por que as proposições são da forma que foram apresentadas a ele, certamente saberá fazer uso dela.

Então, em razão disso é que resolvemos desenvolver tal pesquisa, pois, acreditamos que o aluno do nível médio deve ter conhecimento de provas e demonstrações matemáticas, já que este já tem formação suficiente para tal feito, neste caso, o Princípio da Indução Finita, visto que este é método simples, porém muito eficaz e de significado imenso, para provar propriedades dos números naturais, além de desenvolver habilidades que auxiliam na aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Assim, visamos desenvolver a nossa pesquisa estudando o Princípio da Indução Finita, evidenciando suas aplicações nos diversos campos da Matemática, além disso, buscando salientar suas potencialidades no ensino. Isso se dará a partir descrição sobre o contexto e a história do PIF, da apresentação da teoria concisa sobre o PIF, assim como, da compilação de demonstrações matemáticas que utilizem o PIF nos mais distintos campos dessa ciência e, além disso, da inserção do PIF no Ensino Médio avaliando a potencialidade dessa inserção pela resolução de problemas e como técnica de demonstração.

Assim, optamos pela resolução de problemas para o nosso estudo, pois, ao pensar em aprender matemática acreditamos que a principal ação seja esta, já que para isso o raciocínio lógico e as técnicas de demonstrações ajudam o aluno a pensar matematicamente, por essa razão é que defendemos a ideia de que o conteúdo matemático tanto enquanto conteúdo disciplinar quanto enquanto técnica de demonstração podem auxiliar os alunos a adentrarem no campo do fazer matemática.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEORICA

Iniciaremos apresentando um pouco o Princípio da Indução Finita, este se trata de um instrumento utilizado para demonstrar fatos referentes aos números naturais, podemos dizer que entende-lo é equivalente a entender os números naturais e entender os números naturais é principalmente compreender os chamados axiomas de Peano, estes são considerados pilares de toda a teoria dos números naturais e os definem em termos de conjuntos. Para mais é importante que conheçamos os axiomas, vale ressaltar que nosso enfoque recai sobre o último.

1. Todo número natural possui um único sucessor, que também é um número natural.
2. Números naturais diferentes possuem sucessores diferentes.
3. Existe um único número natural que não é sucessor de nenhum outro. Este número é chamado de número um e é representado pelo símbolo 1.
4. Se um conjunto de números naturais contem o número 1, e, além disso, contem o sucessor de cada um dos seus elementos, então esse conjunto coincide com N.

O quarto axioma segundo HEFEZ (2009) *apud* SANTOS (2013) "**Definição [Principio de Indução Matemática]**: Dado um subconjunto S do conjunto dos números naturais N, tal que 1 pertence a S e sempre que um número n pertence a S, o número n + 1 também pertence a S, tem-se que S = N".

Note que o quarto axioma pode ser escrito da seguinte maneira.

Seja P um subconjunto não vazio de N ($P \in N$) que satisfaz às duas condições:

1. 1 pertence a P ($1 \in P$);
2. Para todo numero natural n, n ∈ P implica em (n + 10) ∈ P.

Nestas condições, P é o próprio conjunto N dos números naturais, isto é, P = N.

A partir dos princípios listados acima é possível descrever todos os números naturais de forma precisa, e sabendo que para garantir que uma propriedade envolvendo os números naturais seja verdadeira, faz-se necessário um argumento lógico capaz de garantir a veracidade deste para quaisquer n, de modo que este se faça irrefutável. Na Indução Matemática encontramos a força capaz de garantir tais argumentos.

A seguir, apresentaremos um dos tipos de enunciado do Princípio da Indução Matemática:

- Teorema (Principio da Indução Matemática): Seja $P(n)$ uma afirmativa tal que:

  i) $P(1)$ é verdadeira. Isto é, P é valida para o número 1.

  ii) Sempre que $P(k)$ é verdadeira, temos que $P(k+1)$ é verdadeira.

  Então $P(n)$ é verdadeira para todo natural n.

Perceba o que de fato acontece na demonstração realizada através do Princípio de Indução, primeiramente verificamos se $P(1)$ é verdadeira, sendo esta verdadeira, podemos considerar que demos o passo base. Depois verificamos a veracidade de $P(k)$, o que implica na de $P(k+1)$, se $P(k)$ for verdadeira podemos concluir que $P(k+1)$ também a será, esse passo é o chamado indutivo. Ou seja, devemos provar a afirmação para $n = 1$ e supondo que vale para $n = k$ (Hipótese da Indução – HI) provar que vale para $n = k + 1$.

Vejamos agora a segunda forma de enunciar o Princípio da Indução Finita:

- Teorema (2º PIM). Seja $a \in N$. Considere a afirmativa $P(n)$ tal que:

i) $P(a)$ é verdadeira.

ii) $P(m)$ é verdadeira $\forall\ a \leq m \leq k$ implica que $P(k+1)$ é verdadeira.

Então $P(n)$ é verdadeira $\forall\ n \in N, n \geq a$.

Note que, o fato de começarmos a demonstração em $n = 1$ não é relevante.

Esse importante método de demonstração matemática se popularizou quando foi utilizado em 1665 na obra Traité du Triangle Aritmétique (Tratado do Triangulo Aritmético) de Blaise Pascal, embora tenha sido enunciado pela primeira vez por Francesco Maurolycus de maneira explicita em 1575 para provar, por exemplo, que para todo $n \in N$ a identidade é verdadeira:

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$$

Mas, só em 1838 o método foi nomeado como Principio da Indução Matemática, isso se deu após Augustus de Morgan publicar um artigo conhecido como Induction (Mathematics) pela escola algébrica inglesa.

2.1. UMA BREVE REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste momento iremos apresentar alguns autores que fizeram trabalhos seguindo linhas de pesquisa parecidas com a nossa.

Santos (2013) em sua dissertação para mestrado *"O Uso de Demonstrações no Ambiente Escolar a Partir do Princípio Da Indução Finita"*, traz a proposta de preparar alunos e professores para a inserção do PIF no 1º ano do ensino médio. Para tal, diz que se faz necessária uma reformulação na cultura de ensino do ensino fundamental, mais precisamente do 6º ao 9º ano. Em razão disso, ele nos traz exemplos de como preparar os alunos em cada ano do ensino fundamental e também traz a importância de direcionar os professores para a nova realidade.

Enquanto Pereira (2013) em seu trabalho *"O Princípio da Indução Finita – uma abordagem no ensino médio"*, nos relata uma breve experiência com alunos da 3ª série do ensino médio da Fundação de Apoio às Escolas Técnicas Estaduais do Rio de Janeiro. Neste, o autor expõe a fundamentação teórica do conteúdo e aplica atividades para a constatação do aprendizado. Além disso, apresenta as principais dúvidas e dificuldades encontradas, a fim de colaborar com a forma de inserir o tema nas salas de aula.

Já Nóbrega (2013) sugere em sua pesquisa *"Principio da Indução Matemática no Ensino Médio"* um roteiro para o ensino e aprendizagem do Principio da Indução Matemática no ensino médio. Neste, o autor expõe maneiras de utilizar o PIM no ensino de potenciação, progressão aritmética e progressão geométrica.

Freitas (2013) nos traz em sua dissertação *"Princípio da Indução Matemática: Fundamento Teórico e Aplicações na Educação Básica"* a base teórica e as aplicações em fatos algébricos, geométricos, aritméticos e em situações do cotidiano, no contexto dos números naturais. Seu objetivo é disponibilizar aos professores e alunos sua pesquisa em torno dos teoremas sobre os números naturais vistos durante os ensinos fundamental e médio.

2.2 FINALIDADES DO ENSINO DE MATEMÁTICA

Compreendemos que a principal finalidade do ensino, de uma maneira geral, deve ser a capacidade mediar os conhecimentos e saberes construídos e consolidados pela sociedade e/ou comunidade aos demais membros dessas. No que diz respeito ao ensino de matemática essa definição não poderia ser diferente, visto que, o ensino está ligado diretamente com a didática, que por sua vez significa instruir, expor claramente, demonstrar. Então, visamos fazer da aprendizagem matemática um processo que envolva o aluno, de modo que ele possa construir, modificar e ampliar os conhecimentos internalizados por eles sobre o conteúdo. Temos que Teixeira e Passos (2013) corroboram com essa ideia, pois para eles "os alunos encaram a aprendizagem de um novo conteúdo como uma série de conhecimentos prévios, que são arranjados e estruturados em diversos esquemas de conhecimento" (TEIXEIRA e PASSOS, 2013, p. 4).

Para isso, abordamos o modelo teórico que foi desenvolvido na França por Guy Brousseau como uma ferramenta para o ensino de matemática, sendo esta conhecida por Teoria das Situações Didáticas, e através dessa podemos entender o que é aprender matemática. Neste modelo são apresentadas algumas sequências didáticas que servem para o professor inserir conteúdos matemáticos na sala de aula, de modo a proporcionar autonomia aos alunos, em outras palavras, esse modelo visa facilitar a compreensão dos alunos.

A Teoria das Situações Didática (TSD) foi desenvolvida por Brousseau, sendo fundamentada nos estudos realizados por Dienes, Pappy e outros estudiosos do assunto que, assim como ele, tinham o intuito de promover o ensino de forma construtiva, pois esta proporciona condições favoráveis ao professor para elaborar, aplicar, acompanhar e realizar análise das atividades desenvolvidas.

Nessa concepção, o aluno é visto como individuo ativo no processo de aprendizagem, sendo este incentivado à pesquisa, deverá formular hipóteses, construir modelos, conceitos, estabelecer teorias e fazer comparações. A teoria é composta por quatro vertentes que podem ser consideradas suas bases, sendo elas, a ação, a formulação, a validação e a institucionalização.

Na primeira fase, a da ação é tida como o momento em que se tomam as decisões, onde os saberes são colocados em prática objetivando resolver os problemas propostos, é realizado o contrato didático. Na fase da formulação, o conhecimento implícito é transformado em explícito, as estratégias usadas são explicadas. A terceira fase a da validação é onde as estratégias apresentadas precisam ser provadas dentro de um determinado contexto. Na fase da institucionalização ocorre a validação da atitude matemática, esse é o momento da devolução, onde tem-se um resumo do processo que foi construído.

Percebe-se que a teoria das situações didáticas tem como base a problematização matemática que discorda da hipótese se que é possível aprender por adaptação, nessa, acredita-se que o aluno deva construir seu próprio saber matemático, no entanto, sem que essa construção afete ou desvalorize a importância do professor, que por sua vez é sujeito ativo nessa construção, já que é gerador das situações provenientes para que o aluno construa o saber matemático.

Vale salientar que, as situações didáticas descritas acima objetivam encontrar retorno intelectual por parte dos alunos, mas, deve-se atentar para as situações em que os indivíduos fazem parte de um meio já habituado a pratica da reprodução mecânica, acreditando que se é capaz de reproduzir, então tem o conhecimento sobre aquele conteúdo.

Este estudo nos leva a perceber a importância que existe em respeitar as etapas do processo didático, uma vez que, essas visam a independência do aluno em se desenvolver e construir seu aprendizado. Essa abordagem, considerada construtivista, tem o objetivo de transpor ao aluno sua capacidade e, além disso, de que o aluno além de construir saberes, saiba organizar suas ideias, para assim, desenvolver seu próprio conhecimento.

3. METODOLOGIA

Nesse tópico iremos apresentar os procedimentos metodológicos que irão compor essa pesquisa, primeiramente deixemos claro o que compreendemos por metodologia. Entendemos metodologia como um conjunto de abordagens, esse é formado pelo método que o pesquisador escolhe para desenvolver sua pesquisa, o tipo de pesquisa, o universo a ser estudado e o conjunto das técnicas que serão utilizadas para coletar e analisar as informações.

Esses procedimentos metodológicos se fazem necessários para identificar operações mentais e técnicas capazes de tornar um conhecimento comum em conhecimento cientifico. Ou seja, esses procedimentos (métodos) podem ser definidos como via ao conhecimento adquirido.

Nosso trabalho é uma pesquisa ação, nessa o pesquisador e os participantes da situação estarão envolvidos de modo participativo, iremos adotar a engenharia didática como metodologia de pesquisa, o método de resolução de problemas para a metodologia de ensino para coleta de dados e o método da análise de erros para metodologia de análise de dados.

A seguir iremos realizar um preâmbulo à cerca do que seria de fato os métodos utilizados na nossa pesquisa.

3.1 SOBRE A ENGENHARIA DIDÁTICA

A engenharia didática é tida como um referencial de pesquisa na área do Ensino da Matemática, essa pode ser entendida tanto como uma metodologia de pesquisa específica quanto como uma produção para o ensino, no último caso é realizado um projeto de aprendizagem do professor para com os alunos. Essa técnica visa unir a teoria à prática, sendo subdividida em 4 etapas: a primeira, Análises Prévias, a segunda Concepção e Análise a Priori, a terceira fase, Experimentação e a quarta, Análise a Posteriori e Validação da Experiência.

As Análises Prévias são realizadas a partir da coleta de dados sobre o quadro teórico geral e o objeto teórico que irá ser estudado, sempre levando em consideração os objetivos da pesquisa a ser desenvolvida. Os dados relevantes para essa primeira etapa na nossa pesquisa são: análise teórica sobre os conteúdos em questão; análise sobre a didática utilizada nos dias atuais e seus efeitos no ensino e análise da aprendizagem dos alunos participantes em relação ao objeto de estudo.

Na fase de Concepção e Análise a Priori o pesquisador utiliza os dados coletados na fase anterior para delimitar o número de variáveis de comando, essas variáveis de comando são as escolhas que irão delimitar o plano das ações que serão realizadas no desenvolvimento do trabalho, sendo elas denominadas como variáveis macrodidáticas ou globais ou variáveis microdidáticas ou locais, as variáveis se referem à descrição das escolhas em um âmbito mais amplo ou à descrição de atividades propostas, respectivamente. Diante desses estudos já realizados iremos criar o objeto de intervenção, e é nessa intervenção que iremos fazer a delimitação das variáveis, essas analises serão construídas após a análise a priori fundada do referencial citado anteriormente.

A fase da Experimentação é dada pelo início do contato entre o pesquisador com o objeto da investigação, ou seja, realizaremos a intervenção na sala de aula. Nesse momento o pesquisador deverá apresentar a proposta e os objetivos aos alunos que irão participar do experimento, seguido pelo acordo didático, onde os alunos devem se posicionar a respeito da proposta, após o acordo didático ser firmado aplicam-se os problemas, que será nosso instrumento de pesquisa, no próximo momento serão realizados os registros das observações feitas durante a experimentação.

Na Análise a Posteriori e Validação da Experiência nos apoiamos nos dados obtidos nas observações realizadas anteriormente e confrontamos as hipóteses formuladas na análise a priori com os resultados finais, esse empasse será contribuinte para a validação da experiência.

3.2 SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A resolução de problemas é uma prática de ensino que exige mais o pensamento, esse só é válido se for obtido através da compreensão e descoberta por parte do aluno. Diante disso é que alguns especialistas acreditam que a resolução de problemas é a principal razão de aprender Matemática, visto que, é por meio dela que o aluno é instruído a pensar matematicamente.

Tendo em vista sua importância, vale analisarmos o que deve ser considerado um problema, para Lester (1982) *apud* Dante (2010) um problema é: “uma situação que o individuo ou grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução” (p. 12). Diante disso, podemos considerar que um indivíduo se encontra em uma situação-problema quando esse tem um objetivo previamente delimitado e encontra-se motivado a alcança-lo, mas, no entanto, não consegue meios imediatos para atingi-lo. A esse respeito Smole e Diniz nos diz que: “Tal perspectiva rompe com a visão limitada de problemas que podem ser chamados de convencionais que são tradicionalmente propostos aos alunos” (Smole e Diniz, 2001, p. 80).

Esta situação requer a realização de uma sequencia de ações para a obtenção de um resultado positivo. Ou seja, mesmo o indivíduo não tendo os meios necessários para atingir seu objetivo de imediato é possível encontrar um caminho que contorne o obstáculo, a partir de uma sequencia de ações, gerando situações que favoreçam o fim desejado. É perceptível que essas situações estão presentes em nosso dia a dia desde os primórdios, logo, é parte da natureza humana resolver problemas. Sobre isso Polya (1997) *apud* Dante (2010) nos diz que: “a maior parte dos nossos pensamentos conscientes é sobre problemas, quando não nos entregamos à simples contemplação, ou devaneios, nosso pensamento estão voltados para algum fim” (p. 14).

No entanto, resolver um problema não se restringe apenas em aplicar procedimentos, o importante de fato é o aluno ser estimulado a fazer de um problema fonte de novos problemas, tornando o conhecimento adquirido em campo de conhecimentos e essa ação se dará via construção de conhecimento. E essa se dará a partir do pressuposto de que o aluno, diante de um problema, irá elaborar procedimentos para a resolução do problema, irá compara-los com dos seus colegas e validar os procedimentos utilizados.

A formulação e resolução de problemas recebe várias interpretações por parte dos pesquisadores, é vista como meta, onde tem o objetivo principal de ensinar formular e resolver problemas; como processo, nesta é levado em conta o modo como o aluno formula e resolve o problema; como habilidade básica, essa defende que o aluno deve utilizar-se do pensamento lógico, criatividade, intuição, capacidade de análise critica, selecionar procedimento e verificar sua adequação; e como metodologia de ensino da matemática, que segundo Brasil (1998, pág. 29)

> - O aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas, um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma serie de retificações e generalizações;
> - A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou com aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Essa será a interpretação utilizada por nós nesse trabalho.

Iremos inseri-la através da apresentação de uma situação-problema que os desafiem e os motivem, a fim de envolvê-los ao ponto de sentirem vontade de resolver o problema. Nesse ponto o individuo terá desenvolvido o pensamento produtivo, e então desenvolvido a habilidade de elaborar raciocínio lógico, que o auxiliará na resolução dos diversos problemas que este poderá encontrar, seja na escola ou fora dela, estando assim, apto para lidar com situações novas.

Optamos por essa metodologia porque entendemos que a resolução de problemas valoriza os pensamentos e questionamentos dos alunos através de suas ideias, ou seja, acreditamos que a resolução de problemas faz com que o aluno pense produtivamente.

3.3 SOBRE A ANÁLISE DE ERROS

A análise dos erros das atividades escritas pelos alunos torna-se tão importante, pois ao avaliar o produto final de uma problemática e se deparar com a solução correta, acredita-se que o aluno tem domínio sobre o assunto, enquanto quando a solução encontra-se errada, os erros são apontados. No entanto, não podemos garantir se aquele erro em si é capaz de classificar o aluno como sabedor ou não daquele conhecimento, a análise sobre essas respostas está para além da avaliação, ela busca as causas de tais resultados e procura compreender quão sabem de fato os alunos sobre os conceitos e procedimentos utilizados.

A resolução de problemas é denotada como a abordagem mais indicada ao ensino e aprendizagem de matemática, pois analisar as atividades discursivas dos alunos nessa disciplina pode contribuir para o encaminhamento do conteúdo aplicado, seja este qual for, dessa forma, ela finda colaborando com a ação pedagógica no processo ensino/aprendizagem. A esse respeito Cury (2013, p. 52) nos diz que "O objetivo da investigação, além de analisar e classificar os erros apresentados pelos alunos participantes é desenvolver estratégias de ensino que possam auxiliá-los em suas dificuldades".

Tendo em vista o objetivo apresentado por Cury, podemos pensar que, ao avaliarmos a resolução de um problema atentando-nos ao processo utilizado pelo aluno ao solucioná-lo, estaremos propícios a detectar as reais dificuldades encontradas por eles, assim a análise de erros, permitirá ao pesquisador planejar suas intervenções didáticas de modo eficaz.

No geral, as análises desenvolvidas através dos erros encontrados nas atividades podem diferenciar de perspectiva, de acordo com o objetivo de cada pesquisador. Neste trabalho, a análise será dada a partir de estudos sobre os erros cometidos pelos alunos durante a resolução dos problemas, que demandam para sua resolução a utilização do saber sobre o princípio da indução matemática, partindo do pressuposto de que os erros nos mostrarão onde se encontram as dificuldades apresentadas pelos alunos, fazendo do erro uma ferramenta para a reconstrução do conhecimento, pois segundo Cury (2013, p. 82):

> O erro se constitui como um conhecimento, é um saber que o aluno possui, construído de alguma forma, e é necessário elaborar intervenções didáticas que desestabilizem as certezas, levando o aluno a um questionamento sobre as suas respostas.

As investigações que serão realizadas por nós baseadas na análise dos erros cometidos não terão o caráter avaliativo, mas terá o propósito de nos auxiliará a entender como os alunos irão se apropriar do conhecimento que estará sendo oferecido e quais a dificuldades que precisarão ser superadas para que esse se torne apto a trabalhar progressão geométrica e progressão aritmética a partir da indução matemática.

4. CONCLUSÃO

A presente pesquisa se apoia no pressuposto que uma técnica de demonstração primeiramente leva o aluno a conjecturar, depois testar sua conjectura, tentar validar ou não, para depois tentar generalizar ou não, e tudo isso encontramos nos problemas que envolvem o princípio da indução finita, tais como os problemas de progressão aritmética e progressão geométrica no ensino médio.

Tendo isso em vista, é notória a importância do Principio da Indução Finita, fundamentalmente, durante processo de desenvolvimento, onde trabalhamos a capacidade de criar sequências lógicas, analisar situações e tirar conclusões (matemáticas ou não), e sem as capacidades não teríamos alcançado muitos avanços na Matemática. Logo, o desenvolvimento dessas habilidades faz do PIF tão importante para a nossa ciência e para a realização dessa pesquisa.

Por fim, nossa ideia é acrescentar essa técnica ao ensinar P.A. e P.G. para que o aluno tenha o maior galardão de resolver problemas matemáticos.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática/Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**/ Helena Noronha Cury. – 2. Ed. – Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática.** 1ªed. São Paulo: Ática, 2010.

FREITAS, Natanael Charles Brito. **Princípio da Indução Matemática: Fundamento Teórico e Aplicações na Educação Básica.** 2013, 97p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual o Ceará, Centro Ciências e Tecnologia, Metrado Profissional em Rede Nacional, Fortaleza.

GOMES, Helena Carina Malaguez. **Reflexões sobre uma prática de ensino: Uma engenharia didática.** 2008, 58 p. Monografia (Licenciatura) Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre.

GOMES, M. L. Magalhães. **História do Ensino da Matemática: uma introdução.** 70 p. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2012.

NÓBREGA, Luciano Xavier Gomes da. **Principio da Indução Matemática no Ensino Médio.** 2013, 61p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Ciências Exatas e da Terra, Programa de Pós-Graduação em Rede Nacional, Natal.

PEREIRA, Paulo César Antunes. **O Princípio da Indução Finita – uma abordagem no ensino médio.** 2013, 46p. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), Rio de Janeiro.

SANTOS, Anderson Carvalho. **A introdução do Princípio da Indução Finita nos Ensinos Fundamental e Médio.** 2013, 52p. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), Rio de Janeiro.

TEIXEIRA e PASSOS, Jorge Magalhães e Claudio Cesar Manso. Zetetiké – FE/Unicamp – v.21, n. 39 – jan/jun 2013.